

**Муниципальный этап
всероссийской олимпиады школьников
по математике
в 2024-2025 учебном году
в Кемеровской области – Кузбассе**

Теоретический тур

11 класс

Максимальное количество баллов - 35.

Время выполнения - 235 минут.

Краткая инструкция.

Все олимпиадные задания выполняются письменно. Желательно пользоваться ручками с чернилами синего цвета. Чертежи производить желательно ручкой (сначала возможно использовать карандаш, но потом чертеж обвести ручкой).

Разрешается использовать чертёжные принадлежности (линейка, циркуль, ластик) для выполнения заданий.

Участник олимпиады на выданном бланке ответов записывает подробные решения задач, указывая соответствующий номер задачи. Переписывать формулировки заданий не обязательно. Предварительные вычисления можно делать на выданных дополнительных листах (черновиках).

При выполнении заданий не допускается использование справочных материалов, средств связи и электронно-вычислительной техники.

После завершения работы все бумаги должны быть сданы организаторам олимпиады, включая черновики.

Бланк заданий

1. Двое играют в игру: по очереди берут из кучи камней один, два или три камня. Проигравшим считается тот, кто заберет последний камень. При каком изначальном количестве камней начинающий сможет выиграть?
2. В коробке лежат 40 одинаковых по виду конфет с начинкой. Известно, что некоторые из конфет имеют шоколадную начинку, и их количество четно. Разрешается указать на любые две конфеты и спросить, есть ли среди них хотя бы одна с шоколадной начинкой. За какое наименьшее количество вопросов можно гарантированно определить какую-нибудь конфету с шоколадной начинкой?
3. Найти все натуральные n , для которых $n \cdot 2^{n-1} + 1$ делится на 3.
4. Дан равнобедренный треугольник ABC с углом B , равным 120° . Проведены отрезки BD и BE к основанию AC , такие, что $AD=1$, $CE=2$ и угол DBE равен 60° . Найти длину отрезка DE .
5. Докажите, что для любых чисел x, y, z , больших 1, верно неравенство:

$$2 \left(\frac{\log_y x}{x+y} + \frac{\log_z y}{y+z} + \frac{\log_x z}{x+z} \right) \geq \frac{9}{x+y+z}.$$